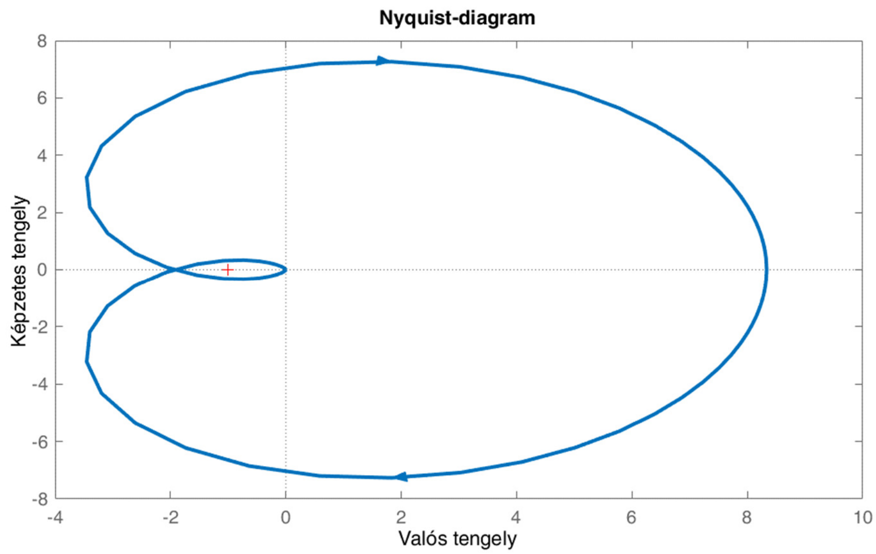
Szabályozástechnika mintafeladatok (űrmérnök MSc felvételi)

1. Az ábrán látható Nyquist-diagram a $W_o(s) = \dfrac{200(s-1)}{(s-2)(s+4)(s+1)(s+3)}$ felnyitott kör átviteli függvényéhez tartozik. A Nyquist-kritériumot kívánjuk használni a zárt kör stabilitásának vizsgálatához.



Adja meg $W_o(s)$ labilis pólusainak számát! Határozza meg a -1 pont előjeles körbevételeinek számát a Nyquist-görbe alapján! A Nyquist-kritérium alkalmazása segítségével döntse el, hogy a zárt kör stabil-e! (A válaszokat indokolja.)

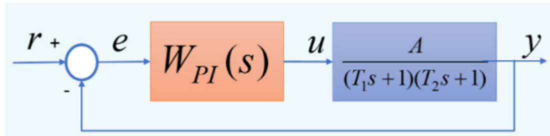
Megoldás

A labilis pólusok a komplex számsík jobb félsíkján helyezkednek el. A $W_o(s)$ minden pólusa valós és mivel a nevező szorzat alakban adott, a pólusok számítása egyszerű. Közülük a $s-2$ tagnak megfelelő gyök található a jobb félsíkon, így a labilis pólusok száma egy.

A -1 pontot a könnyebbség kedvéért a piros kereszt jelöli az ábrán. Az óramutató járásával ellentétes bejárás (körbevétel) számít pozitívnak. Tehát a Nyquist-görbe bejárásnak görbén is jelölt iránya növekvő körfrekvenciák szerint jelen esetben negatív. A -1 pontból sugarat bocsátva a Nyquist-görbe egy tetszőleges pontjába, majd a görbe pontjait végig járva azt tapasztaljuk, hogy a sugár kétszer fordul körbe, azaz az előjeles körbevételek száma -2.

A Nyquist-kritérium szerint, ha $W_o(s)$ labilis pólusainak száma P, akkor a zárt kör stabilitásának feltétele, hogy a $W_o(s)$ Nyquist-görbéje pontosan P-szer kerülje meg a -1 pontot. Megállapítottuk, hogy a példa esetében $P=1$, ugyanakkor a megkerülések száma -2, tehát a zárt kör nem stabil.

2. Egy kéttárolós szakaszhoz egy PI (soros) szabályozót tervezünk, a szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható.



A szakasz erősítése $A = 8{,}6$, az időállandók $T_1 = 1$ és $T_2 = 11$. Az előírt fázistartalék $\varphi_t = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$. A PI szabályozót a $W_{PI}(s) = A_p\left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$ alakban keressük. A lehető legnagyobb sávszélességre törekszünk, hogy a szabályozó zérusával a szakasz egy pólusát ejtjük ki. Határozza a meg a specifikációnak megfelelő szabályozó A_p és T_i paramétereinek értékeit!

Megoldás

A felnyitott kör átviteli függvénye a

$$W_o(s) = W_{PI}(s)\frac{A}{(sT_1+1)(sT_2+1)} = \frac{A_p A}{T_i}\frac{sT_i+1}{s(sT_1+1)(sT_2+1)}$$

alakban írható fel. A nagyobb sávszélesség biztosítása érdekében a szakasz időállandói közül a nagyobbikat kell kiejteni, azaz $T_i = T_2 = 11$, ahonnan

$$W_o(s) = \frac{A_p A}{11s(s+1)}$$

Élve az $s = j\omega$ helyettesítéssel és figyelembe véve a fázistartalék definícióját (a vágási frekvenciát szokásos módon ω_c-vel jelölve) a

$$\varphi_t = \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{2} - \arctan\omega_c$$

egyenletre jutunk, ami megoldható ω_c-re: $\omega_c = 1$. A még hiányzó A_p paraméter számításához kihasználjuk, hogy $|W_o(j\omega_c)| = 1$, ahonnan

$$\frac{8{,}6A_p}{11\sqrt{2}} = 1$$

adódik, ami megoldható A_p-re: $A_p = \frac{11\sqrt{2}}{8{,}6} = 1{,}809$. Így a PI szabályozó mindkét paraméterének számítása megtörtént.

3. Egy PID szabályozó folytonos idejű méretezésekor a vágási frekvencia értéke $\omega_c = 6,1$ rad/sec-nek adódott. A méretezéshez a fázistartalékra vonatkozó előírás $\varphi_t = 55^\circ$ volt. A szabályozót mintavételesen kívánjuk megvalósítani, hogy a felhasznált nulladrendű tartószerv miatti fázisromlás csak egy fok legyen. Határozza meg a mintavételi periódusidő értékét miliszekundumban (két tizedesjegy pontossággal)!

Megoldás

A nulladrendű tartószerv alkalmazása (az ideális aluláteresztő szűrő helyett) annak átviteli tulajdonságai miatt egy $\frac{T_s}{2}$ holtidővel jár a szabályozási körben, ahol T_s a mintavételi periódusidő. A holtidő negatív, körfrekvencia függő fáziscsökkenést okoz, amelynek értéke $-\omega\frac{T_s}{2}$. A feladat értelmében ennek a fáziscsökkenésnek az értéke a vágási körfrekvencián egy fok kell legyen, azaz a radiánban felírt

$$\frac{\pi}{180} = \omega_c \frac{T_s}{2}$$

összefüggésből $T_s = \frac{2\pi}{180\omega_c} = 5,72$ ms.

4. Egy PI szabályozó diszkrét idejű megvalósításához tartozó impulzusátviteli függvénye

$$D_c(z) = \frac{5,2z - 4,7}{z - 1}$$

A szabályozási körben szokásos jelöléseket használva adja meg szabályozó differenciaegyenletét!

Megoldás

Egy diszkrét PI szabályozó algoritmusa vagy differenciaegyenlete az e hibajel aktuális és korábbi mintái, valamint a beavatkozó jel korábbi értékei alapján számítja ki az aktuális beavatkozó értéket, utóbbit jelölje u_k. A megadott $D_c(z)$ átvitel a szabályozó kimenetének (beavatkozó jel) és bemenetének (hibajel) Z-transzformáltjaiból kapott hányadossal egyenlő, azaz $D_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$. Az inverz Z-transzformált egyszerű elvégzéséhez először olyan átrendezést hajtunk végre, hogy abban a késleltetésnek megfelelő z^{-1} hatványai jelenjenek meg, így

$$(1 - z^{-1})U(z) = (5,2 - 4,7z^{-1})E(z) \text{ ,}$$

ahonnan némi átrendezés nyomán a szabályozó differenciaegyenlete már meghatározható:

$$u_k = u_{k-1} + 5,2e_k - 4,7e_{k-1} \text{ .}$$

5. Adott a

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

állapotegyenlet. A Kálmán-kritériumokat felhasználva döntse el, hogy a rendszer irányítható-e, illetve megfigyelhető-e!

Megoldás

Egybemenetű és egykimenetű rendszer esetében a Kálmán-kritérium szerint az irányíthatósághoz az M_c irányíthatósági mátrix, a megfigyelhetőséghez pedig az M_o megfigyelhetőségi mátrix invertálhatósága szükséges. Az adott rendszer esetében ezek rendre:

$$M_c = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Mivel M_c nem invertálható (determinánsa nulla), így az adott rendszer nem irányítható. Mivel M_o invertálható (determinánsa különbözik nullától), így az adott rendszer megfigyelhető.

6. Egy folytonos idejű szakaszhoz tervezett állapotteres szabályozó alapjelhez tartozó erősítései és az állapotvisszacsatolás vektora:

$$N_x = \begin{bmatrix} 3,1 \\ 4 \\ 4,8 \end{bmatrix} \qquad N_u = 3,4 \qquad K = \begin{bmatrix} 4,9 & 4,2 & 4,1 \end{bmatrix}.$$

A szakasz kezdeti állapota 0, az alapjel az egységugrás. Számítsa ki a szakasz statikus erősítését.

Megoldás

Az alapjel erősítéseinek számítását azzal a feltételezéssel végezzük, hogy egységugrás alapjel mellett állandósult állapotban a szakasz bemenetének értéke $u_\infty = N_u = 3,4$ és $y_\infty = 1 = Ku_\infty = KN_u$, ahol K a szakasz erősítése. Innen egyszerűen adódik, hogy $K = \frac{1}{N_u} = 0,2941$.